

第二十三届“希望杯”全国数学邀请赛

初一 第2试试题

一、选择题(每小题4分,共40分.)

1. 下面四个命题:

- (1) 若两个角是同旁内角,则这两个角互补.
- (2) 若两个角互补,则这两个角是同旁内角.
- (3) 若两个角不是同旁内角,则这两个角不互补.
- (4) 若两个角不互补,则这两个角不是同旁内角.

其中错误的命题的个数是()

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

2. 若两位自然数 ab 是质数,且交换数字后的两位数 ba 也是质数,则称 ab 为绝对质数.于是两位数中的所有绝对质数的乘积的个位数字是().

- (A) 1. (B) 3. (C) 7. (D) 9.

3. 如图1,将边长为4cm的等边 $\triangle ABC$ 沿边 BC 向右平移2cm得 $\triangle DEF$, DE 与 AC 交于点 G ,则 $S_{\text{四边形}ABFD} : S_{\triangle ABC} = ()$

- (A) 3 : 2. (B) 2 : 1. (C) 5 : 2. (D) 3 : 1.

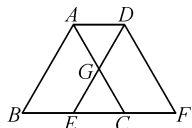


图1

4. 有理数 a, b, c 在数轴上的位置如图2所示, O 为原点,则代数式

$$|a + b| - |b - a| + |a - c| + c = ()$$

- (A) $-3a + 2c$. (B) $-a - ab - 2c$.
(C) $a - 2b$. (D) $3a$.

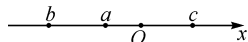


图2

5. The perimeter of a triangle is 18, while each side is an integer. If the longest side is not a prime number, then the number of such triangle is ()

- (A) 4. (B) 5. (C) 6. (D) 7.

(英汉小词典: perimeter of a triangle 三角形的周长; prime number 质数)

6. 77 可以表示成 $n(n \geq 2)$ 个连续自然数的和,则 n 的值的个数是()

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

7. 如图3, $\triangle ABC$ 中, $\angle BCA = 90^\circ$, 点 E 在边 CA 上, 点 D 和 F 在边 BA 上, 若 $BC = CD = DE = EF = FA$, 则 $\angle A = ()$

- (A) 20° . (B) 18° .
(C) 15° . (D) 12° .

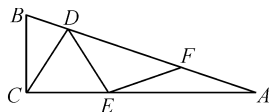


图3

8. 已知 x, y 是非负整数, 且使 $\frac{x-1}{2} = \frac{4-y}{3}$ 是整数, 那么这样的数对

(x, y) 有()个.

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 2012.

9. 身高两两不同的30个学生面向老师站成一排. 其中恰有11个学生高于自己左侧相邻的同学, 那么高于自己右侧相邻同学的学生有()人.

- (A) 11. (B) 12. (C) 18. (D) 19.

10. 若 $x + y = 3, xy = 1$, 则 $x^5 + y^5 = ()$

- (A) 33. (B) 231. (C) 123. (D) 312.

二、填空题(每小题4分,共40分.)

11. 计算: $2012^3 + 2011^2 - 2013 \times 2012 \times 2011 - 2013 \times 2011 = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = 2, BC = 9$, 若 AC 的长是奇数, 则 $AC = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 若自然数 x 除以3余2, 除以4余3, 除以5余4, 则 x 除以15所得余数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. If $4x^{2n+3}y^{2m}$ and $-7x^{m+2}y^{6n}$ are similar terms, then $(m+n) \times m^n =$ _____.

15. 如图 4, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 E 在 AD 上, 点 F, G 在 BC 上, 并且 $AE = ED = BF = FG = GC$. 以 A, B, C, D, E, F, G 这 7 个点中的三个为顶点的三角形中, 面积最小的三角形有 _____ 个; 面积最大的三角形有 _____ 个.

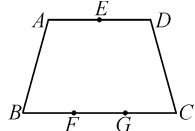


图 4

16. 用黑、白两种颜色的 1×1 正方形瓷砖, 按图 5 所示的方式铺地板: (图(1)中有 3×5 块瓷砖, 以后各图都比前一个加铺 2×5 块瓷砖), 则有 2014 块黑色瓷砖的是图 5 中的第 _____ 个图.

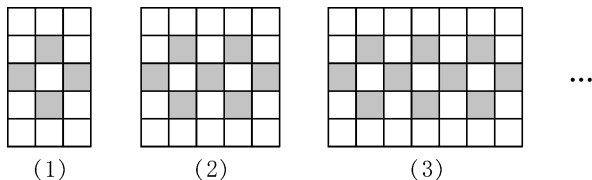


图 5

17. 图 6 是用若干个同样的小正方体拼成的立体的俯视图, 若此立体最高有三层, 则此立体最少有 _____ 个小正方体, 最多有 _____ 个小正方体.

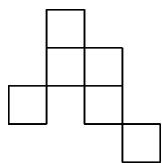


图 6

18. 1900 年以后出生的人, 他出生年份的最后两个数字组成的两位数 (如果末两位数字为 00 或 01, 则看成两位数 00 或 01, 其余类推), 加上这个人今年的年龄数, 所得的结果是 _____ 或 _____. (注: 今年的年龄数 = $2012 - \text{出生年份}$)

19. 已知正 n 边形 $A_1A_2A_3 \cdots A_{n-1}A_n$ 的面积是 60, 若四边形 $A_1A_2A_kA_{k+1}$ 是一个面积为 20 的矩形, 则这个正 n 边形的一个内角是 _____ 度.

20. 设 $P(x) = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{30}x$, 则 $\frac{1}{3}[P(2) - P(-2)] =$ _____.

三、解答题

每题都要写出推算过程.

21. (本题满分 10 分)

已知 a, b, c 都是整数, 如果对任意整数 x , 代数式 $ax^2 + bx + c$ 的值都能被 3 整除.

证明: abc 可被 27 整除.

22. (本题满分 15 分)

某公司以每吨 500 元的价格收购了 100 吨某种药材. 若直接在市场上销售, 每吨的售价是 1000 元. 该公司决定加工后再出售, 相关信息如下表所示:

工 艺	每天可加工药材的吨数	出品率	售价(元/吨)
粗加工	14	80%	5000
精加工	6	60%	11000

注: ① 出品率指加工后所得产品的质量与原料的质量的比值.

② 加工后的废品不产生效益.

受市场影响, 该公司必须在 10 天内将这批药材加工完毕, 现有 3 种方案:

- (A) 全部粗加工;
- (B) 尽可能多地精加工, 剩余的直接在市场上销售;
- (C) 部分粗加工, 部分精加工, 恰好 10 天完成.

问: 哪个方案获得的利润最大? 是多少?

23. (本题满分 15 分)

有一系列数, 前两个数是 1, 2, 从第三个数起, 每个数都等于它前面相邻的两个数的和的个位数字. 请回答以下问题:

- (1) 在这列数中能否依次出现相邻的 2, 0, 1, 2 这四个数? 说明理由.
- (2) 这列数中的第 2012 个数字是什么? 说明理由.

