

# 第二十三届“希望杯”全国数学邀请赛

## 初二 第1试试题

### 一、选择题(每小题4分,共40分.)

1. 如果  $0 < m < 1$ , 那么  $m$  一定小于它的( )  
(A) 相反数. (B) 倒数. (C) 绝对值. (D) 平方.

2. 在  $2^{77}, 3^{55}, 5^{44}, 6^{33}$  这四个数中, 最大的数是( )  
(A)  $2^{77}$ . (B)  $3^{55}$ . (C)  $5^{44}$ . (D)  $6^{33}$ .

3. 若  $a + b = 2012, b \neq a + 1$ , 则  $\frac{a^2 - b^2 + 2b - 1}{a^2 - b^2 + a + b}$  的值等于( )  
(A) 2012. (B) 2011. (C)  $\frac{2012}{2011}$ . (D)  $\frac{2011}{2012}$ .

4. 方程  $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} = \frac{1}{3}$  ( )  
(A) 只有一个根  $x=1$ . (B) 只有一个根  $x=2$ .  
(C) 有两个根  $x_1=1, x_2=2$ . (D) 无解.

5. 方程组  $\begin{cases} x + y + z = 10, \\ 3x + y - z = 50, \\ 2x + y = 40 \end{cases}$  ( )  
(A) 无解. (B) 有1组解. (C) 有2组解. (D) 有无穷多组解.

6. As in the figure 1, there are four circles with radius of 2. The four circles are apart from each other. Link their centers to form a quadrilateral, then the total area of the shaded parts in the figure is( )

(A)  $2\pi$ . (B)  $4\pi$ .  
(C)  $6\pi$ . (D)  $8\pi$ .

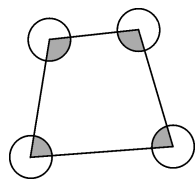


Fig. 1

7. 在平面直角坐标系中, 先将直线  $y = 3x - 2$  关于  $x$  轴作轴对称变换, 再将所得直线关于  $y$  轴作轴对称变换, 则经两次变换后所得直线的表达式是( )

(A)  $y = 2x - 3$ . (B)  $y = 3x - 2$ . (C)  $y = 2x + 3$ . (D)  $y = 3x + 2$ .

8. 一次函数  $y = (m^2 - 4)x + (1 - m)$  和  $y = (m + 2)x + (m^2 - 3)$  的图象分别与  $y$  轴交于点  $P$  和  $Q$ , 这两点关于  $x$  轴对称, 则  $m$  的值是( )

(A) 2. (B) 2 或 -1. (C) 1 或 -1. (D) -1.

9. 如图2, 在周长是10cm的  $\square ABCD$  中,  $AB \neq AD$ ,  $AC, BD$  相交于点  $O$ , 点  $E$  在  $AD$  边上, 且  $OE \perp BD$ , 则  $\triangle ABE$  的周长是( )

(A) 2cm. (B) 3cm.  
(C) 4cm. (D) 5cm.

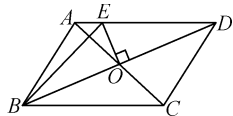


图2

10.  $x_1, x_2, \dots, x_{100}$  是自然数, 且  $x_1 < x_2 < \dots < x_{100}$ , 若  $x_1 + x_2 + \dots + x_{100} = 7001$ , 那么,  $x_1 + x_2 + \dots + x_{50}$  的最大值是( )

(A) 2225. (B) 2226. (C) 2227. (D) 2228.

二、A 组填空题(每小题 4 分,共 40 分.)

11. 有下列命题:

- ① 矩形既是中心对称图形,又是轴对称图形;
- ② 平行四边形是中心对称图形,不是轴对称图形;
- ③ 等腰梯形是轴对称图形,不是中心对称图形;
- ④ 有一个锐角是  $30^\circ$  的直角三角形不是中心对称图形,也不是轴对称图形.

其中正确命题的序号是\_\_\_\_\_。(把所有正确的命题的序号都填上)

12. 若  $n$  是正整数,且  $x^{2n} = 5$ ,则  $(2x^{3n})^2 \div (4x^{2n}) =$ \_\_\_\_\_.

13. 已知整数  $a, b$  满足  $6ab = 9a - 10b + 16$ ,则  $a + b$  的值是\_\_\_\_\_.

14. The original railway from A to B is 310 km, and now a 280 km long high-speed railway is built. The train speed on the high-speed railway is twice the original speed, so the traveling time from A to B is 2 hours shorter. Then the original train speed on the original railway is \_\_\_\_\_ km/hour.

15. 如图 3,已知  $\triangle ABC$  中,AD 平分  $\angle BAC$ , $\angle C = 20^\circ$ , $AB + BD = AC$ ,则  $\angle B$  的度数是\_\_\_\_\_.

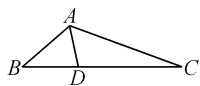


图 3

16. 若  $\triangle ABC$  的三个内角满足  $3\angle A > 5\angle B$ , $3\angle C < 2\angle B$ ,则  $\triangle ABC$  必是\_\_\_\_\_三角形。(填“锐角”、“直角”或“钝角”)

17. 若关于  $x$  的分式方程  $\frac{mx-1}{x-2} + \frac{1}{2-x} = 2$  有整数解,整数  $m$  的值是\_\_\_\_\_.

18. 已知  $a + x^2 = 2011$ , $b + x^2 = 2012$ , $c + x^2 = 2013$ ,且  $abc = 24$ ,则

$$\frac{a}{bc} + \frac{c}{ab} + \frac{b}{ac} - \frac{1}{a} - \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

19. 若  $x$  是自然数, $x + 13$  和  $x - 76$  都是完全平方数,那么  $x =$ \_\_\_\_\_.

20. 如图 4,在  $\square ABCD$  中,点  $E, F, G, H$  分别是  $AB, BC, CD, DA$  的中点,点  $P$  在线段  $GF$  上,则  $\triangle PHE$  与  $\square ABCD$  的面积比值是\_\_\_\_\_.

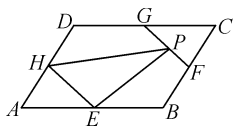


图 4

三、B 组填空题(每小题 8 分,共 40 分.)

21. 直线  $y = 3x + k + 2$  与直线  $y = -x + 2k$  的交点在第二象限,且  $k$  是正整数,则  $k$  的值是\_\_\_\_\_;交点的坐标是\_\_\_\_\_.

22. 一个三角形的三条边的长分别是 5,7,10,另一个三角形的三条边的长分别是 5, $3x - 2$ , $2y + 1$ ,若这两个三角形全等,则  $x + y$  的值是\_\_\_\_\_或\_\_\_\_\_.

23. 点 A 和 B 在直线  $y = -\frac{3}{4}x + 6$  上,点 A 的横坐标是 2,且  $AB = 5$ . 当线段 AB 绕点 A 顺时针旋转  $90^\circ$  后,点 B 的坐标是\_\_\_\_\_或\_\_\_\_\_.

24. 等腰直角  $\triangle ABC$  中, $\angle ACB = 90^\circ$ ,点 D 和 E 在 AB 边上, $AD = 3$ , $BE = 4$ , $\angle DCE = 45^\circ$ ,则  $DE =$ \_\_\_\_\_或\_\_\_\_\_.

25. 袋中有红、黄、黑三种颜色的球各若干个,黄色球上标有数字 5,黑色球上标有数字 6,红色球上标的数字看不清. 现从袋中拿出 8 个球,其中黄色球和黑色球的个数分别少于红色球的个数. 已知 8 个球上的数字和是 39,那么红色球上标的数字是\_\_\_\_\_;拿出黑色球的个数是\_\_\_\_\_.

