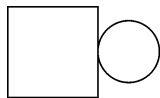
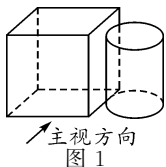


# 第二十三届“希望杯”全国数学邀请赛

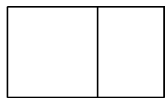
## 初三 第1试试题

一、选择题(每小题4分,共40分.)

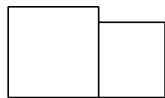
1. 如图1所示,一个正方体和一个圆柱体紧靠在一起,则它们的主视图是( )



(A)



(B)



(C)



(D)

2. 完成一项工作,甲单做需 $a$ 天,乙单做需 $b$ 天,甲、乙、丙合作需 $c$ 天,则丙单做全部工作所需的天数是( )

(A)  $\frac{abc}{ab-ac-bc}$ . (B)  $\frac{abc}{ab+ac-bc}$ . (C)  $\frac{ab+ac+bc}{abc}$ . (D)  $\frac{ab(c-a-b)}{c}$ .

3. 已知 $x \neq -1, 0, 1$ , 则 $\frac{x-1}{|x-1|} + \frac{|x|}{x} + \frac{x+1}{|x+1|}$ 的值可能是( )

- (A) 比3大的数. (B) 比-3小的数.  
(C)  $\pm 1, \pm 3$ . (D) 比-3大,并且比3小的数.

4. 如图2,梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$ ,两条对角线交于点 $E$ .已知 $\triangle ABE$ 的面积是 $a$ , $\triangle CDE$ 的面积是 $b$ ,则梯形 $ABCD$ 的面积是( )

(A)  $a^2 + b^2$ . (B)  $\sqrt{2}(a+b)$ . (C)  $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$ . (D)  $(a+b)^2$ .

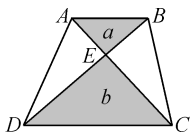


图2

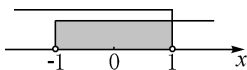


图3

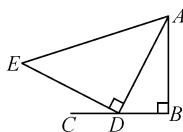


图4

5. 已知 $a, b$ 是实数,关于 $x$ 的不等式组的解集表示在数轴上如图3所示,则这个不等式组是( )

(A)  $\begin{cases} ax > 1, \\ bx > 1. \end{cases}$  (B)  $\begin{cases} ax > 1, \\ bx < 1. \end{cases}$  (C)  $\begin{cases} ax < 1, \\ bx > 1. \end{cases}$  (D)  $\begin{cases} ax < 1, \\ bx < 1. \end{cases}$

6. 如图4, $AB \perp BC, AB = BC$ ,点 $D$ 在 $BC$ 上.以 $D$ 为直角顶点作等腰直角 $\triangle ADE$ ,则当 $D$ 从 $B$ 运动到 $C$ 的过程中,点 $E$ 的运动轨迹是( )

- (A) 圆弧. (B) 抛物线. (C) 线段. (D) 双曲线.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = a_1, \\ x_2 + x_3 + x_4 = a_2, \\ x_3 + x_4 + x_1 = a_3, \\ x_4 + x_1 + x_2 = a_4, \end{cases}$$

7. 已知实数 $x_1, x_2, x_3, x_4$ 满足条件 $\begin{cases} x_2 + x_3 + x_4 = a_2, \\ x_3 + x_4 + x_1 = a_3, \\ x_4 + x_1 + x_2 = a_4, \end{cases}$ 其中 $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$ ,则 $x_1, x_2, x_3, x_4$ 的大小关系是( )

- (A)  $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ . (B)  $x_2 < x_3 < x_4 < x_1$ .  
(C)  $x_3 < x_2 < x_1 < x_4$ . (D)  $x_4 < x_3 < x_2 < x_1$ .

8. 已知 $2 \leq |x| \leq 3$ ,则函数 $y = (x-1)^2$ 的取值范围是( )

- (A)  $1 \leq y \leq 4$  和  $9 \leq y \leq 16$ . (B)  $1 \leq y \leq 16$ .  
(C)  $4 \leq y \leq 9$ . (D)  $1 \leq y \leq 9$ .

9. 如图5,已知梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC, \angle A = \alpha, \angle C = \beta$ ,则 $AD : BC$ 等于( )

- (A)  $\sin \alpha : \cos \beta$ . (B)  $\sin \alpha : \sin \beta$ . (C)  $\sin \beta : \sin \alpha$ . (D)  $\cos \alpha : \sin \beta$ .

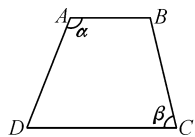


图5

10. 若关于  $x$  的二次函数  $y = x^2 - 2mx + 1$  的图象与端点在  $(-1, 1)$  和  $(3, 4)$  的线段只有一个交点, 则  $m$  的值可能是( )

- (A)  $\frac{5}{2}$ . (B)  $-\frac{1}{3}$ . (C)  $\frac{1}{2}$ . (D)  $\frac{1}{3}$ .

二、A 组填空题(每小题 4 分, 共 40 分.)

11. 若两位数除以它的数字和等于 7, 则这样的两位数有 \_\_\_\_\_ 个.

12. 已知  $x - 2y = 1$ , 则  $x^2 - 4y^2 - x - 2y + 5 =$  \_\_\_\_\_.

13. 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象如图 6 所示. 已知  $OB = 2OA$ ,  $OA < OC$ , 则  $a, b, c$  满足的关系式是 \_\_\_\_\_.

14. 如图 7, 已知  $A, B, C$  三点在同一个圆上, 并且  $AB$  是圆  $O$  的直径, 若点  $C$  到  $AB$  的距离  $CD = 5$ , 则圆  $O$  的面积最小是 \_\_\_\_\_.

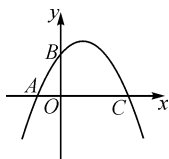


图 6

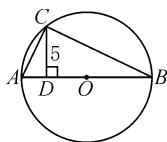


图 7

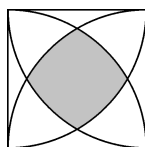


图 8

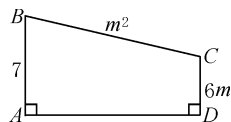


图 9

15. 如图 8, 在边长为 1 的正方形中, 分别以四个顶点为圆心, 作半径为 1 的圆弧, 则图中阴影部分的面积是 \_\_\_\_\_.

16. 如图 9, 在梯形  $ABCD$  中,  $BA \parallel CD$ ,  $AD \perp AB$ ,  $AB = 7$ ,  $CD = 6m$ ,  $BC = m^2$ , 若以  $BC$  为直径的圆与  $AD$  没有公共点, 则  $m$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

17. 设  $f(x)$  是关于  $x$  的多项式,  $f(x)$  除以  $2(x + 1)$ , 余式是 3;  $2f(x)$  除以  $3(x - 2)$ , 余式是  $-4$ . 那么,  $3f(x)$  除以  $4(x^2 - x - 2)$ , 余式是 \_\_\_\_\_.

18. 已知实数  $a, b$  满足  $a + ab + b = 3$ , 若  $m = a - ab + b$ , 则  $m$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

19. Tom's computer has password, which contains only numbers from 0 to 9. If the probability to guess the right password only one time is less than  $\frac{1}{2012}$ , then at least the password has \_\_\_\_\_ digits.

20. Suppose point  $A(-1, m)$  is on the graph of the function  $y = -\frac{2}{x}$ .  $B, C, D$ , respectively, are point  $A$ 's symmetric points of  $x$ -axis, origin,  $y$ -axis. Then the area of the quadrilateral  $ABCD$  is \_\_\_\_\_.

三、B 组填空题(每小题 8 分, 共 40 分.)

21. 反比例函数  $y = \frac{k_1}{x}$  和一次函数  $y = k_2x + b$  的图象交于点  $M(3, -\frac{2}{3})$  和点  $N(-1, 2)$ . 则  $k_1 =$  \_\_\_\_\_,  $k_2 =$  \_\_\_\_\_, 一次函数的图象交  $x$  轴于点 \_\_\_\_\_.

22. 已知  $a, b$  是实数, 且  $a^2 - 2a + \sqrt{b - 3} + 1 = 0$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_.

23. 已知  $a, b$  是有理数,  $x = \sqrt{5} + 1$  是方程  $x^3 - ax + b = 0$  的一个解, 则  $a$  的值是 \_\_\_\_\_,  $b$  的值是 \_\_\_\_\_.

24. 如图 10, 已知  $\triangle ABC$  中,  $CD \perp AB$  于点  $D$ ,  $BD = 2AD$ ,  $CD = 6$ ,  $\cos \angle ACD = \frac{8}{9}$ ,  $BE$  是  $AC$  边上的高, 则  $AD =$  \_\_\_\_\_,  $BE =$  \_\_\_\_\_.

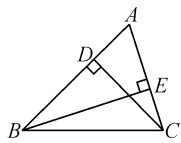


图 10

25. 已知点  $A, B, P$  是  $\odot O$  上不同的三点,  $\angle APB = \alpha$ , 点  $M$  是  $\odot O$  上的动点, 且使  $\triangle ABM$  为等腰三角形. 若  $\alpha = 45^\circ$ , 则所有符合条件的点  $M$  有 \_\_\_\_\_ 个; 若满足题意的点  $M$  有 2 个, 则  $\alpha =$  \_\_\_\_\_.

